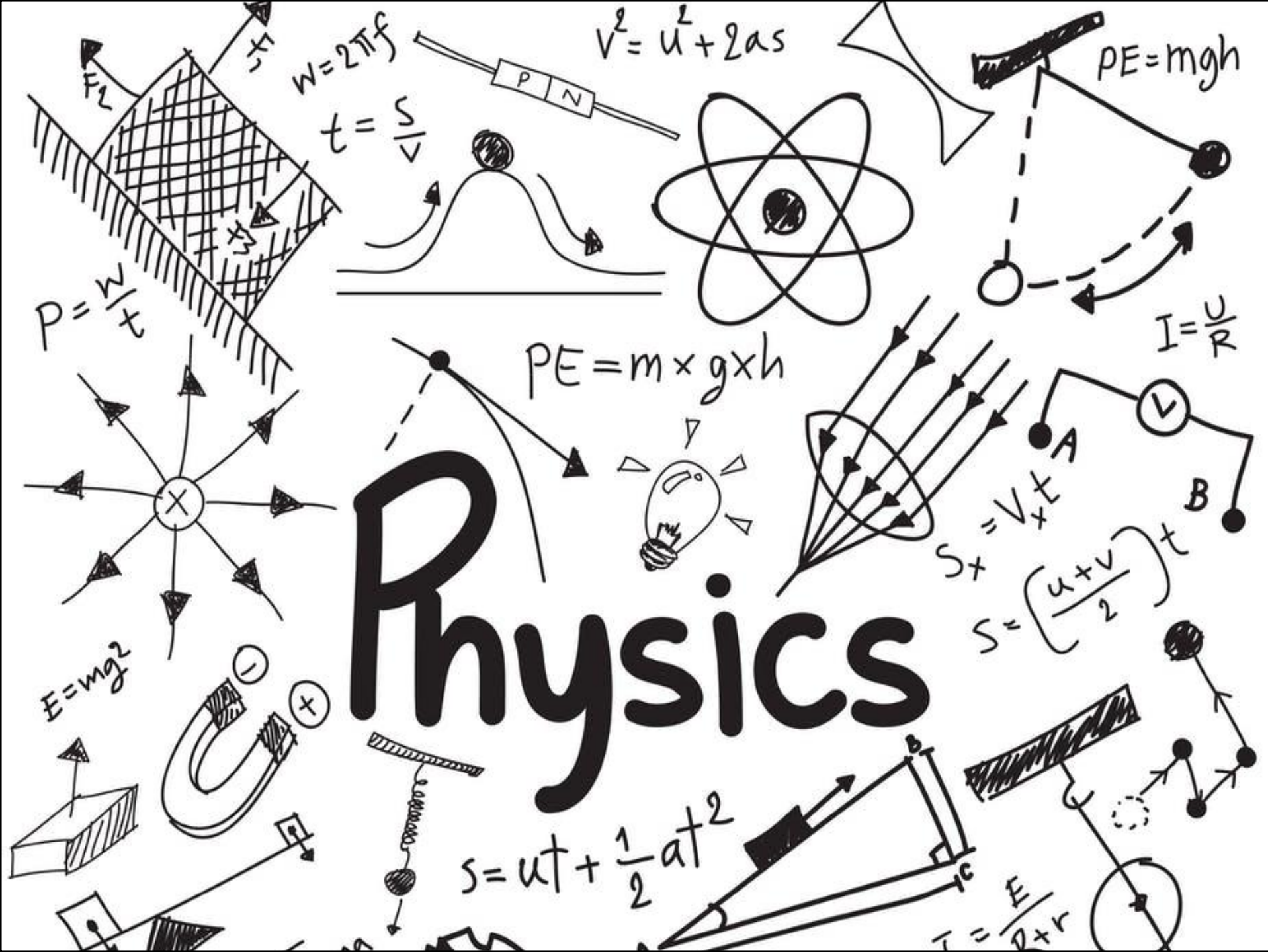


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- COVID attention: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Στάσιμα Κύματα



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθωση

Στάσιμα Κύματα

Υπέρθεση

- Μελέτη κυματικής
- Βασική διαφορά κυμάτων από σωματίδια
 - Συνδυασμός σωματιδίων δίνει ένα σώμα
 - Για να συμβεί πρέπει τα σωματίδια να βρίσκονται σε διαφορετικά σημεία του χώρου
 - Συνδυασμός κυμάτων δίνει ένα κύμα
 - Για να συμβεί πρέπει τα κύματα να βρίσκονται στο ίδιο σημείο!
- **Σημαντικό:** τα κύματα μπορούν να συνδυαστούν, να συνυπάρξουν, να συμβάλλουν στην **ίδια** θέση του χώρου!
 - Για να αναλύσουμε τέτοιες συμπεριφορές, απαιτείται η **αρχή της υπέρθεσης**

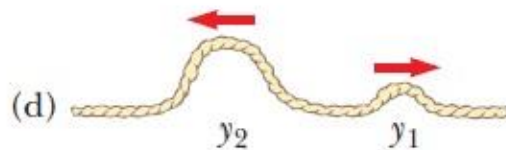
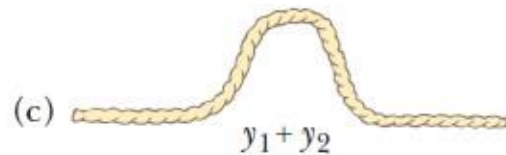
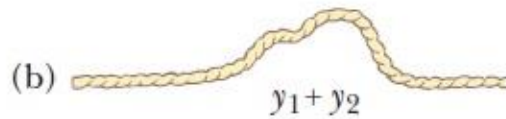
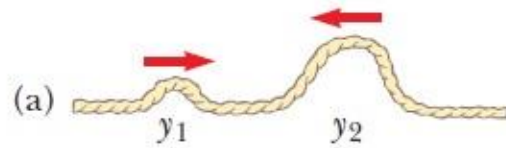
Υπέρθεση

- Αρχή της υπέρθεσης

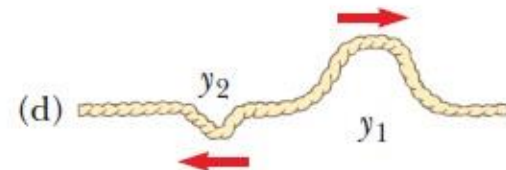
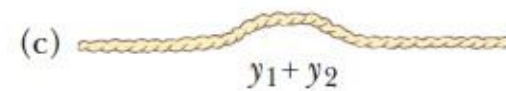
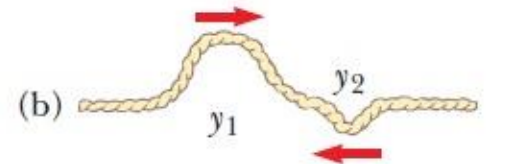
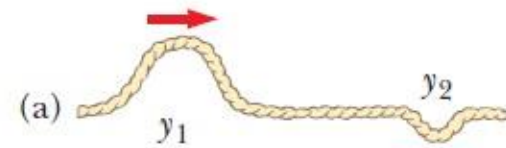
- Αν σε κάποιο μέσο διαδίδονται δυο ή περισσότερα κύματα, η συνισταμένη τιμή της κυματοσυνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο είναι το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των κυματοσυναρτήσεων των επιμέρους κυμάτων
- Τέτοια κύματα λέγονται **γραμμικά**
- Ο συνδυασμός δυο διαφορετικών κυμάτων στην ίδια περιοχή του χώρου λέγεται **συμβολή**

Υπέρθεση

○ Αρχή της υπέρθεσης



Ενισχυτική Συμβολή



Καταστρεπτική Συμβολή

Υπέρθεση

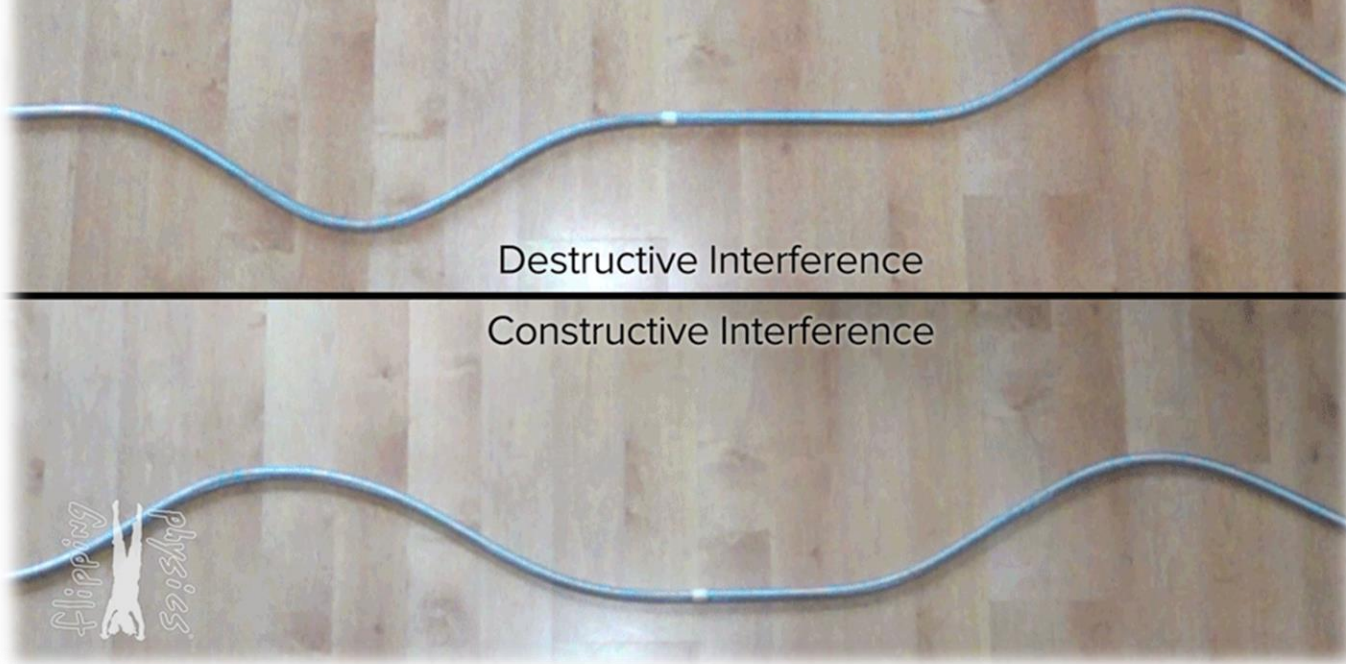
- Αρχή της υπέρθεσης

isvr

Υπέρθεση

○ Αρχή της υπέρθεσης

Superposition: The addition of waves when they interfere with one another.



Υπέρθεση

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

○ Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων

- Δυο ημιτονοειδή κύματα που διαδίδονται προς μια κατεύθυνση
 - Ίδια συχνότητα ω , μήκος κύματος λ , και πλάτος A
 - Διαφορετική αρχική φάση φ

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

- $$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

$$= A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \varphi)]$$

$$= \left[2A \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Υπέρθεση

Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων

- $y(x, t) = \left[2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$

- Ίδια συχνότητα

- Ίδιο μήκος κύματος

- (α) $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

- Πλάτος $2A$

- Κύματα **σε φάση**

- **Ενισχυτική συμβολή**

- (β) $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

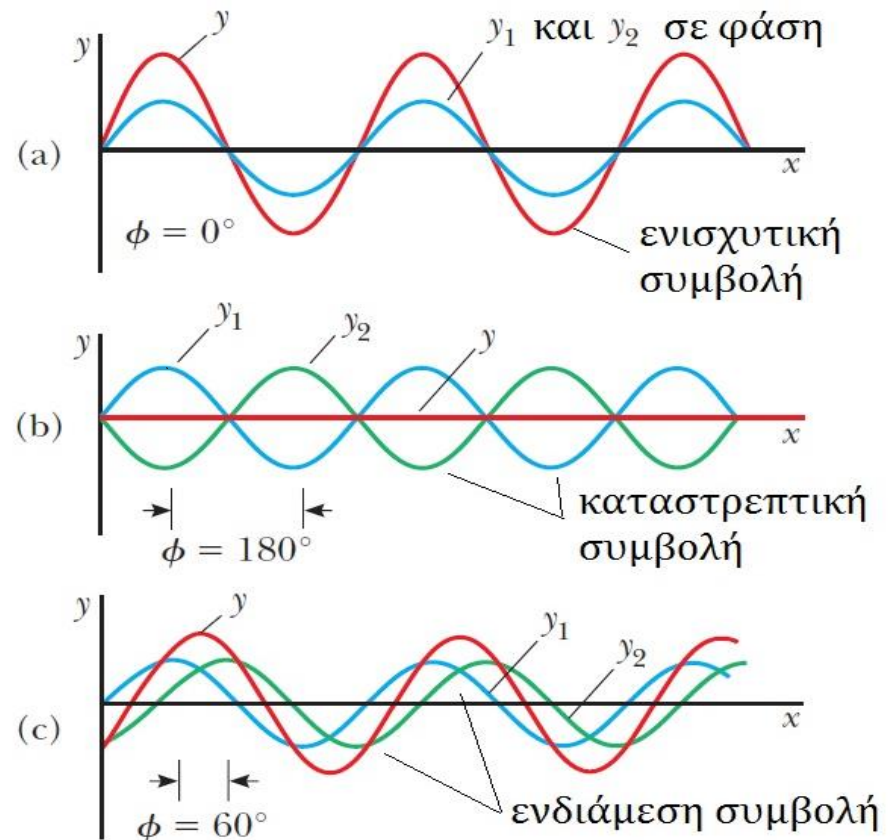
- Πλάτος 0

- Κύματα **εκτός φάσης**

- **Καταστρεπτική συμβολή**

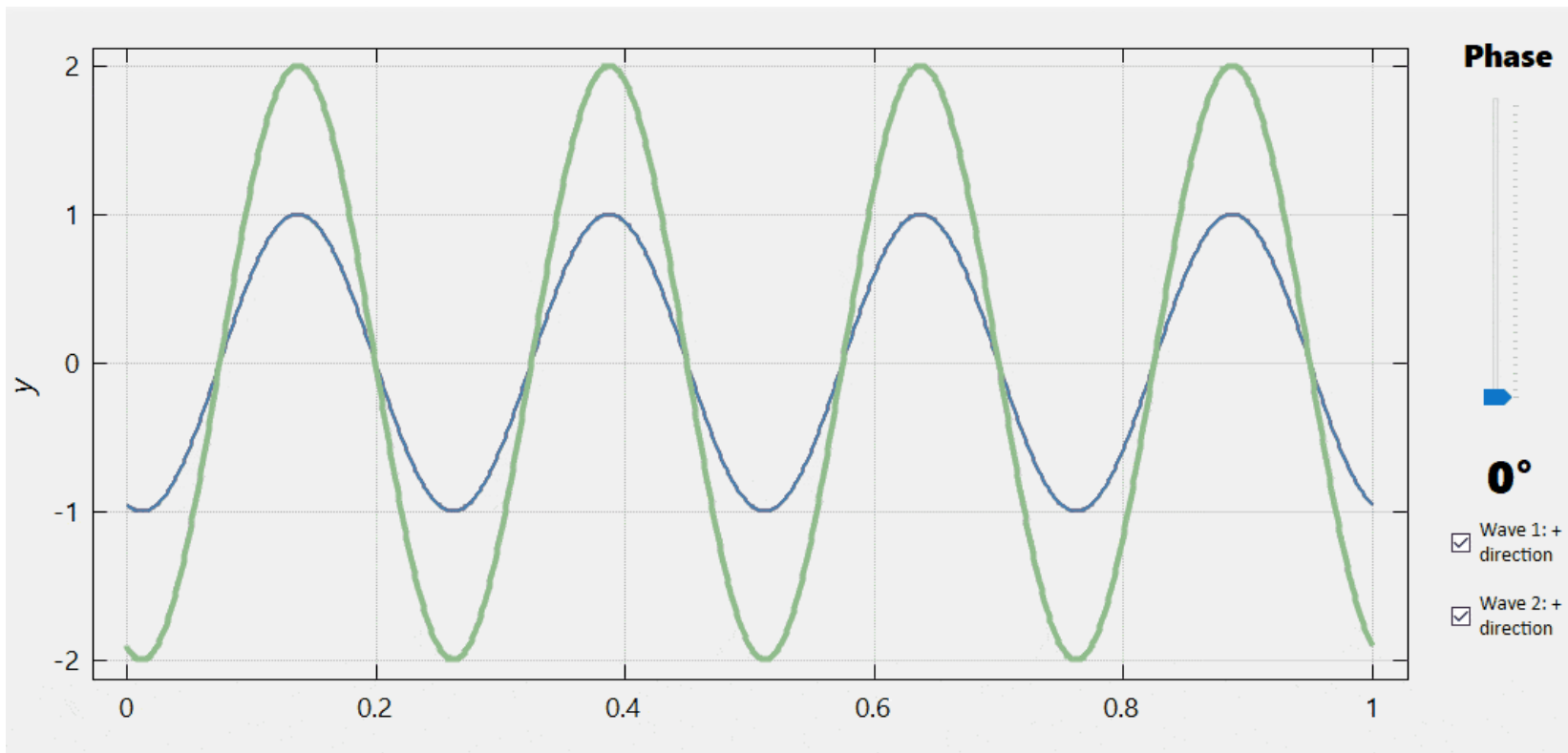
- (γ) Άλλες περιπτώσεις

- $0 < \text{Πλάτος} < 2A$



Υπέρθεση

● Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων



Υπέρθεση

• Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Τα κύματα έχουν εν γένει το καθένα τη δική του αρχική φάση
 - ...ενώ μπορεί να διανύουν και διαφορετικές διαδρομές
- Ηχητικά κύματα από το ηχείο ακολουθούν διαφορετική διαδρομή
 - Έχουν το ίδιο πλάτος A και συχνότητα ω
 - Απόσταση ηχείου από δέκτη = **μήκος διαδρομής**

• Διαφορά διαδρομής

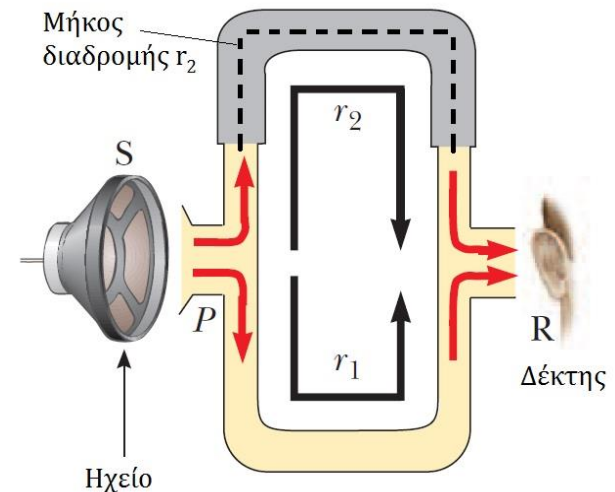
$$\Delta r = |r_2 - r_1|$$

• Φάση του καθενός κύματος

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \varphi_i$$

• Τότε

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$



Υπέρθεση

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Έστω

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$$

- Αν $\Delta\Phi = 2m\pi$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **ενισχυτικά**

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos(m\pi) = \pm 2A$$

- Αν $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **καταστρεπτικά**

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{(2m + 1)\pi}{2}\right) = 2A \cos\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Υπέρθεση

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \varphi_i$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Επίσης

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi = k(r_2 - r_1) + \Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\varphi$$

- Αν η αρχική φάση είναι ίδια (π.χ. κοινή πηγή ήχου):

$$\Delta\varphi = 0$$

- Ενισχυτική συμβολή:

$$2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Καταστρεπτική συμβολή:

$$2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow \Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Υπέρθεση

• Συμβολή ηχητικών κυμάτων

• Καταστρεπτική συμβολή – πότε συμβαίνει?

- Λόγω διαφοράς αρχικής φάσης $\Delta\phi$ - (a)

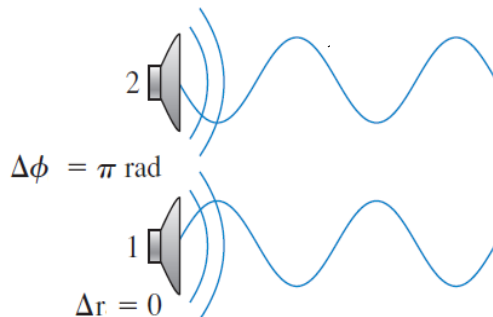
- Λόγω διαφορετικής θέσης της πηγής - (b)

- Διαφορετικό μήκος διαδρομής Δr

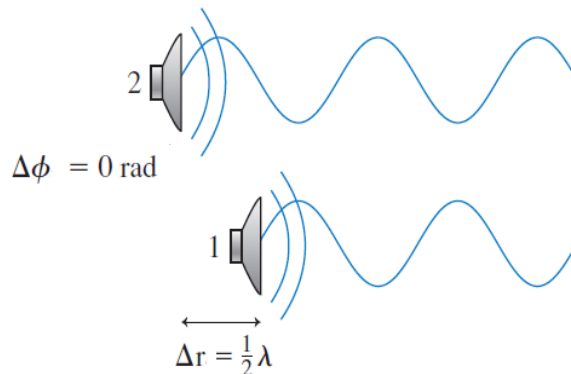
- Λόγω και των δυο παραπάνω παραγόντων - (c)

- Στο παρακάτω σχήμα, έχουμε $\Delta\Phi = \pi$ σε κάθε περίπτωση

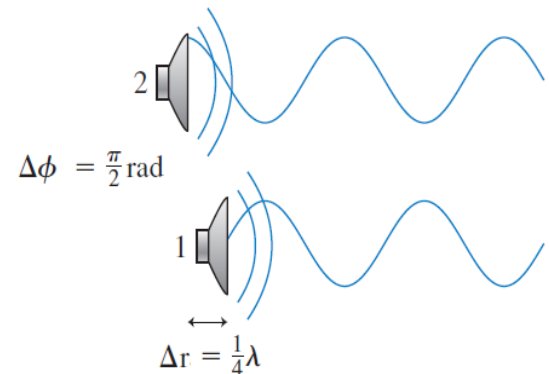
(a) Οι πηγές είναι εκτός φάσης



(b) Ίδιες πηγές διαφέρουν από μισό μήκος κύματος



(c) Οι πηγές είναι ξεχωριστές και (μερικώς) εκτός φάσης

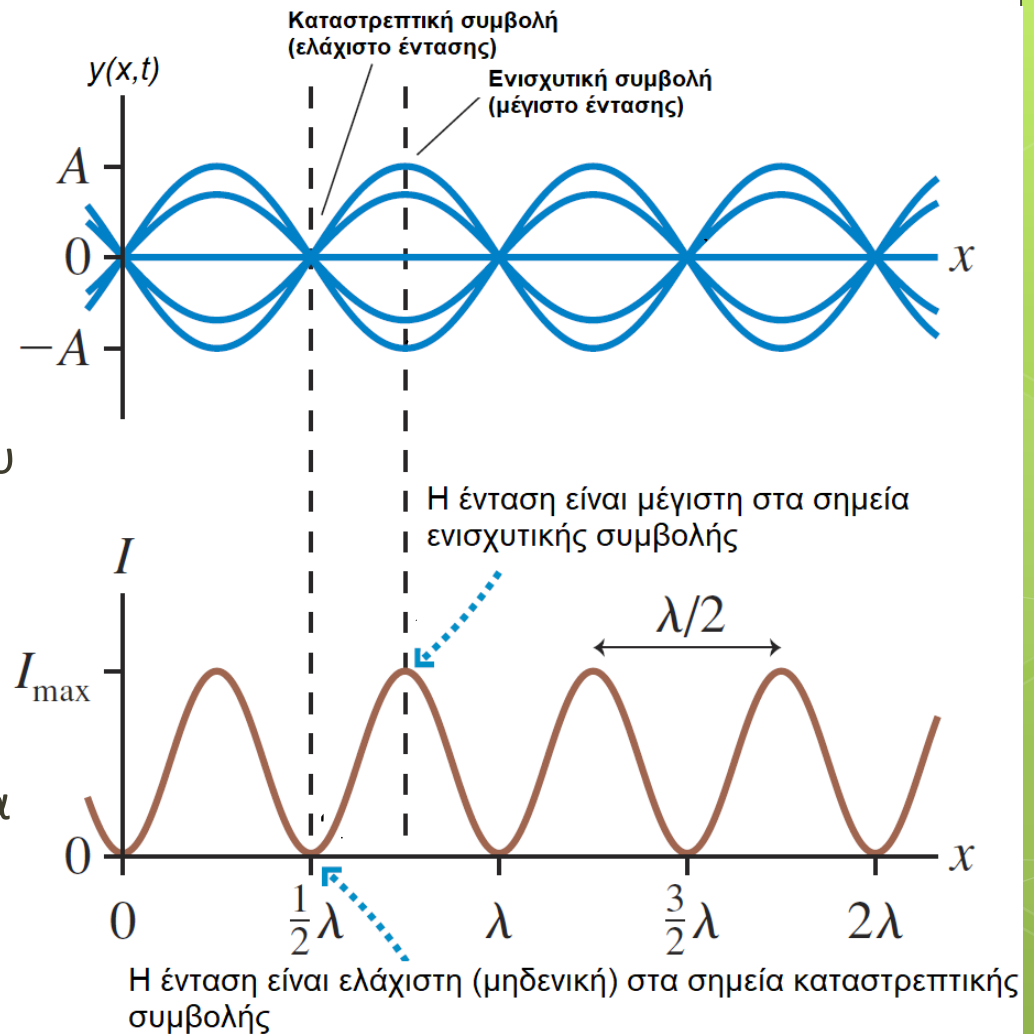


Υπέρθεση

● Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Μπορεί κανείς να δείξει ότι η ένταση I ενός ηχητικού κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος, A^2

- Η ένταση I του ήχου είναι μέγιστη στα σημεία ενισχυτικής συμβολής και μηδενική (ελάχιστη) στα σημεία καταστρεπτικής συμβολής

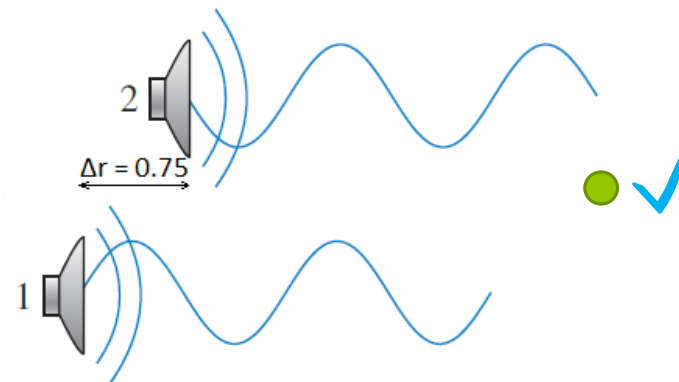
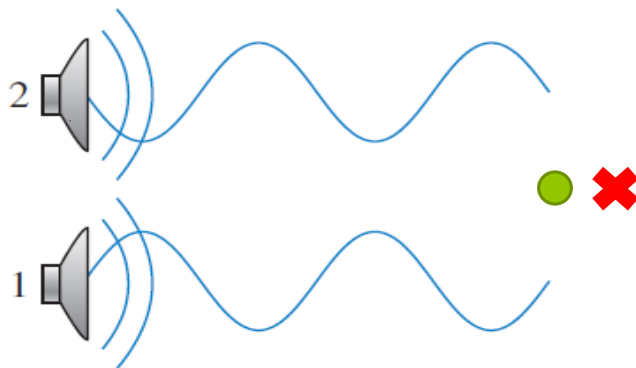


Υπέρθεση

● Παράδειγμα:

Δυο ηχεία στέκονται ακριβώς μπροστά σας, το ένα δίπλα στο άλλο και παίζουν την ίδια συχνότητα. Αρχικά δεν ακούτε κάποιον ήχο.

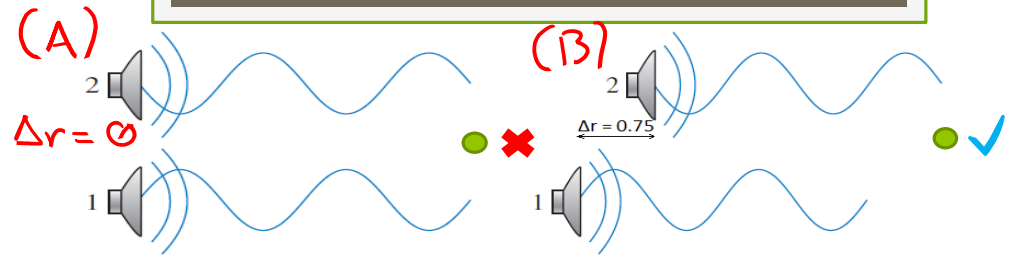
Τότε ένα από τα ηχεία αρχίζει σιγά σιγά να κινείται μακριά από σας. Η ένταση του ήχου αυξάνεται όσο η απόσταση μεταξύ των ηχείων αυξάνεται, φτάνοντας ένα πρώτο μέγιστο όταν τα ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 0.75 m μεταξύ τους. Τότε, όσο το ηχείο συνεχίζει να κινείται, η ένταση αρχίζει να μειώνεται. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των ηχείων όταν η ένταση του ήχου γίνει ξανά ελάχιστη?



Υπέρθεση

Παράδειγμα – Λύση:

- Δυο ηχεία στέκονται μπροστά σας δίπλα-δίπλα και παίζουν την ίδια συχνότητα. Αρχικά δεν ακούτε κάποιον ήχο. Τότε ένα από τα ηχεία αρχίζει σιγά σιγά να κινείται μακριά από σας. Η ένταση του ήχου αυξάνεται όσο η απόσταση μεταξύ των ηχείων αυξάνεται, φτάνοντας ένα πρώτο μέγιστο όταν τα ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 0.75 m μεταξύ τους. Τότε, όσο το ηχείο συνεχίζει να κινείται, η ένταση αρχίζει να μειώνεται. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των ηχείων όταν η ένταση του ήχου γίνει ξανά ελάχιστη?



$$\text{Στη θέση (A) έχουμε καταστρεφτική συμβολή. } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \Delta\phi \quad \left. \begin{array}{l} \Delta r = 0 \\ \Delta\phi = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \Delta\phi = (2m+1)\pi, m=0,1,2,3,\dots$$

$$\text{Για } m=0, \boxed{\Delta\phi = \pi}. \text{ Άρα } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \pi.$$

$$\text{Στη θέση (B) έχουμε ενισχυτική συμβολή: } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \pi \quad \left. \begin{array}{l} \Delta r = \frac{3}{4} m \\ \Delta\phi = 2m\pi \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{3}{4} m + \pi = 2m\pi, m=0,1,2,3,\dots$$

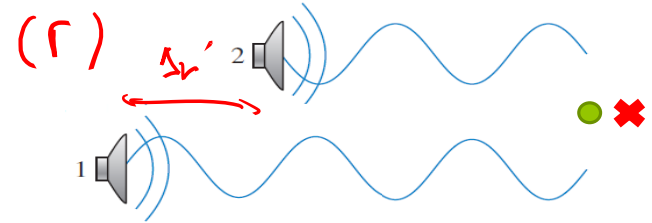
$$\text{Για } m=1, \boxed{\lambda = \frac{3}{2} m}. \text{ Άρα } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \pi \Leftrightarrow$$

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{3} \Delta r + \pi.$$

Υπέρθεση

• Παράδειγμα – Λύση:

- Δυο ηχεία στέκονται μπροστά σας δίπλα-δίπλα και παίζουν την ίδια συχνότητα. Αρχικά δεν ακούτε κάποιον ήχο. Τότε ένα από τα ηχεία αρχίζει σιγά σιγά να κινείται μακριά από σας. Η ένταση του ήχου αυξάνεται όσο η απόσταση μεταξύ των ηχείων αυξάνεται, φτάνοντας ένα πρώτο μέγιστο όταν τα ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 0.75 m μεταξύ τους. Τότε, όσο το ηχείο συνεχίζει να κινείται, η ένταση αρχίζει να μειώνεται. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των ηχείων όταν η ένταση του ήχου γίνει ξανά ελάχιστη?



Στη θέση (Γ) : καταστρεπτική συμβολή

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta r' + \pi = (2m+1)\pi, \quad m=0,1,2,3,\dots$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} \Delta r' + \pi \stackrel{m=1}{=} 3\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi}{3} \cdot \Delta r' + \pi = 3\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\pi}{3} \Delta r' = 2\pi \Leftrightarrow \frac{2}{3} \Delta r' = 1 \Rightarrow \boxed{\Delta r' = \frac{3}{2} \text{ m}}$$

Άρα η απόσταση των ηχείων πρέπει να γίνει 1.5 μέτρο.



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Στάσιμα Κύματα

Στάσιμα Κύματα

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

● Στάσιμα κύματα

- Ως τώρα βλέπαμε ηχητικά κύματα που συνέβαλαν σε κάποιο σημείο μπροστά τους
- Τι θα γίνει αν τα βάλουμε αντικρουστά;
 - Ίδια συχνότητα, μήκος κύματος, πλάτος
 - Αντίθετη ταχύτητα
- $y = y_1 + y_2$
 $= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$
 $= (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$
- Η παραπάνω σχέση ορίζει ένα **στάσιμο κύμα**
 - Γενικότερα, **στάσιμη λέγεται μια ταλάντωση με στάσιμο περίγραμμα που αποτελείται από την υπέρθεση δυο όμοιων κυμάτων που ταξιδεύουν προς αντίθετες κατευθύνσεις**

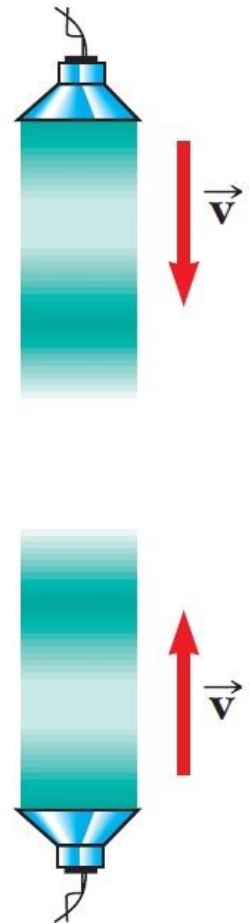


Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Παρατηρήστε ότι δεν εξαρτάται από την έκφραση $kx \pm \omega t$
- Άρα **δεν** είναι οδεύον κύμα
- Δεν υπάρχει η έννοια της διάδοσης της κίνησης σε ένα στάσιμο κύμα



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

- Ας συγκρίνουμε:

$$y(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

και

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

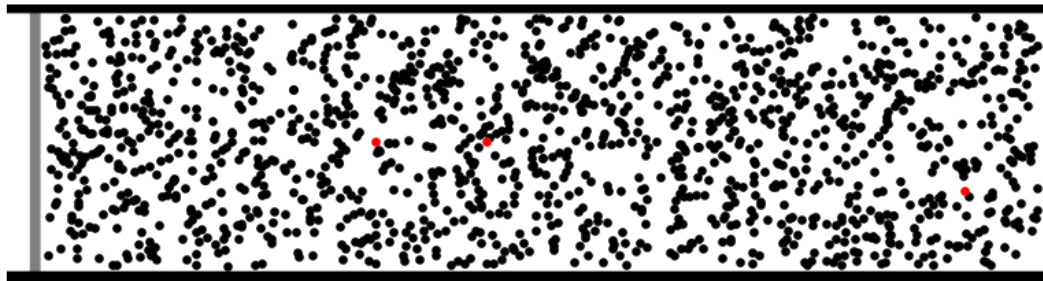
- Τι παρατηρείτε;

- Η δεύτερη περιγράφει μια ειδική μορφή της πρώτης

- $\varphi = 0$ στην κυματοσυνάρτηση
- Κάθε στοιχείο που βρίσκεται στη **θέση** x εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
- Το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης, $2A \sin(kx)$, ενός στοιχείου εξαρτάται από τη **θέση** του στοιχείου, x , στο μέσο

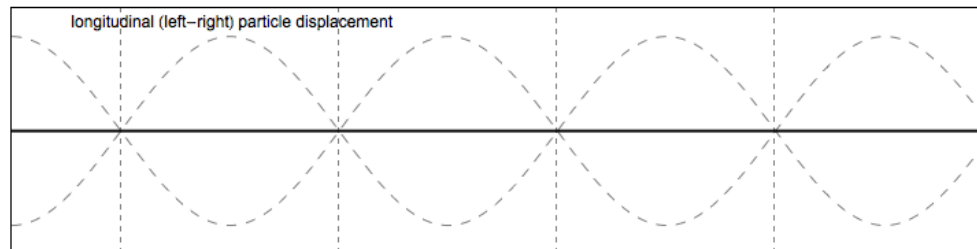
Στάσιμα Κύματα

○ Στάσιμα κύματα

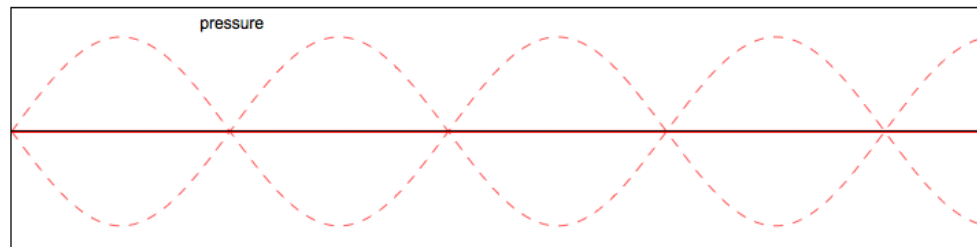


©2012, Dan Russell

Μετατόπιση

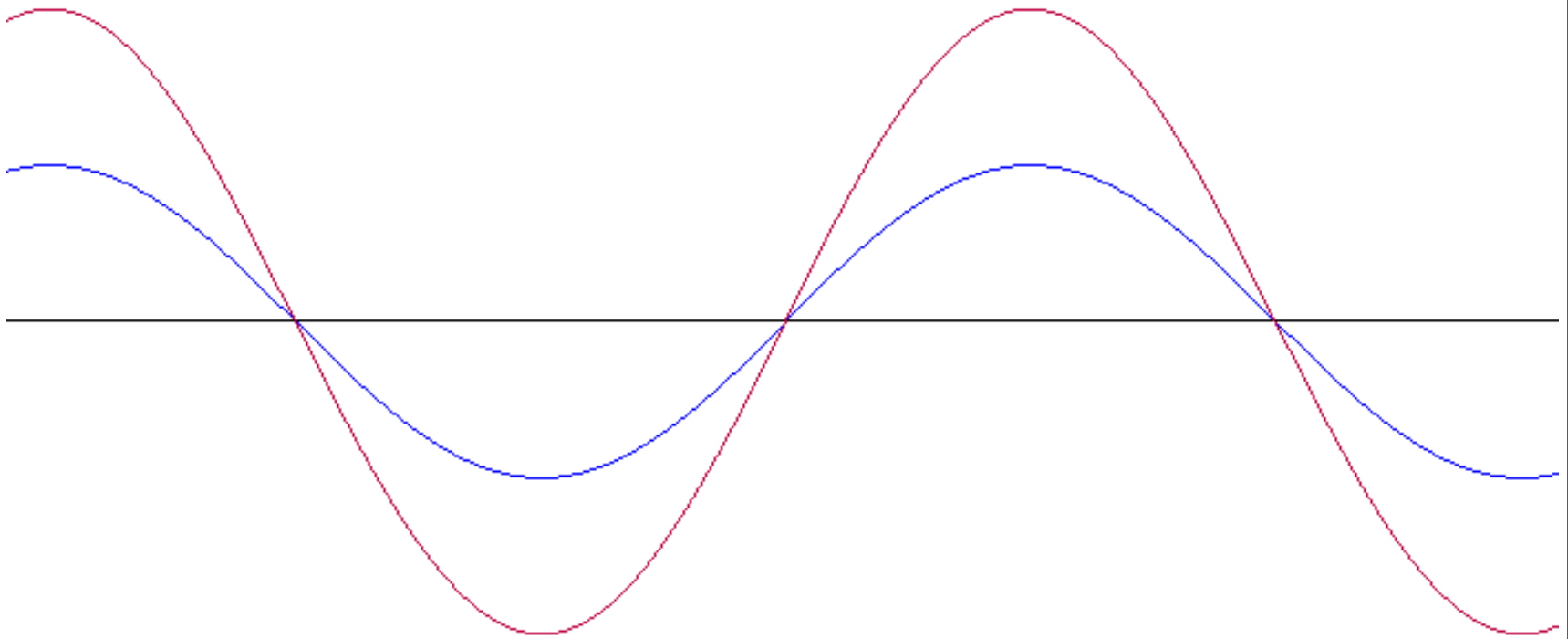


Πίεση



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

Creating Standing Waves from Travelling Waves



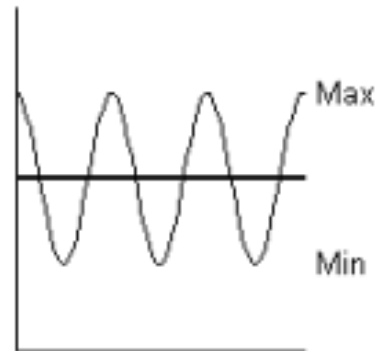
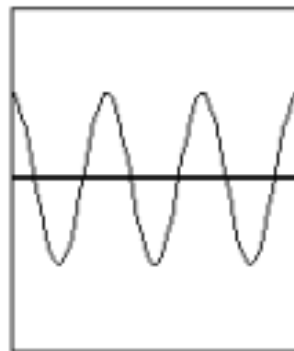
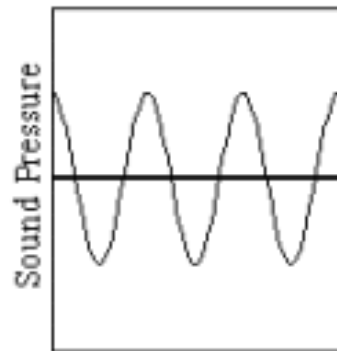
plane wave: →



plane wave: ←



plane waves: superposition



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Πότε μηδενίζεται το πλάτος; (δηλ. υπάρχουν στοιχεία του μέσου που ΔΕΝ ταλαντώνονται?)

- $kx = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \Rightarrow x = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

- Τα σημεία αυτά λέγονται **δεσμοί (nodes)**

- Πότε μεγιστοποιείται το πλάτος; (δηλ. υπάρχουν στοιχεία του μέσου που ταλαντώνονται με το μέγιστο δυνατό πλάτος?)

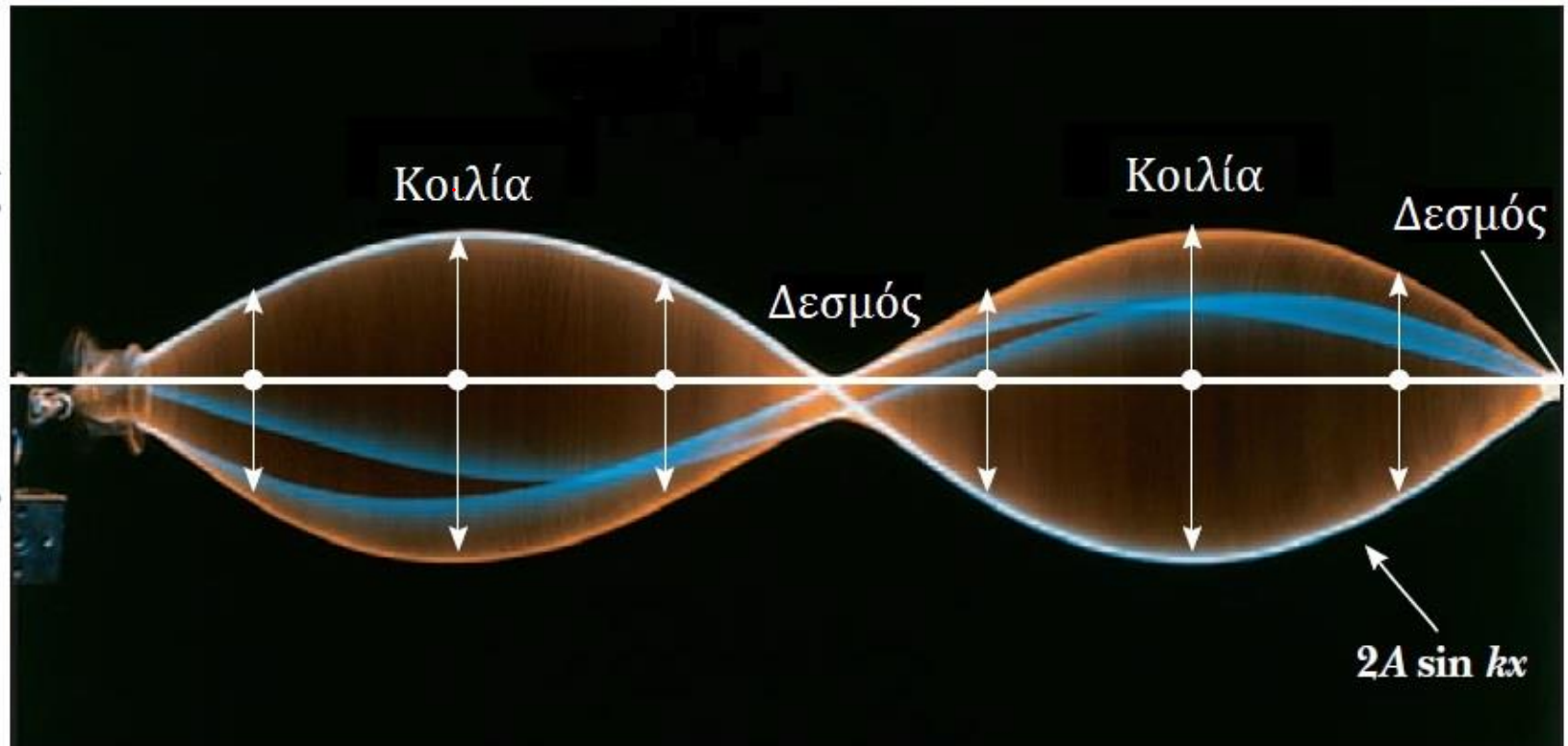
- $kx = n\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2n+1)\lambda}{4}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

- Τα σημεία αυτά λέγονται **κοιλίες (ή αντιδεσμοί) (antinodes)**

Στάσιμα Κύματα

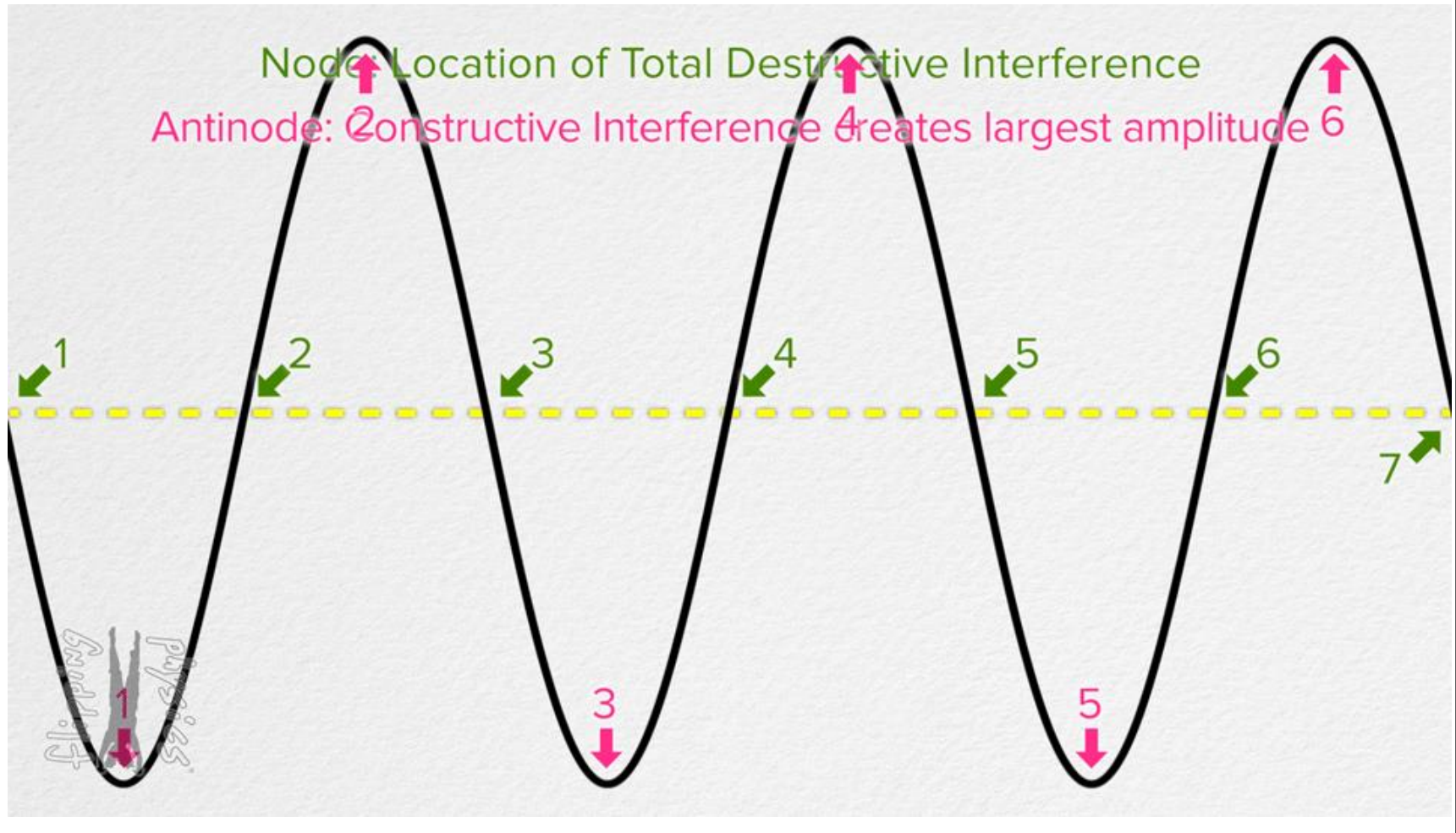
● Στάσιμα κύματα

© 1991 Richard Megna/Fundamental Photographs



Στάσιμα Κύματα

● Στάσιμα κύματα



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

- Άρα εύκολα συμπεραίνει κανείς από τα προηγούμενα:

- Απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κοιλιών $= \frac{\lambda}{2}$

- Απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών $= \frac{\lambda}{2}$

- Απόσταση μεταξύ δεσμού και επόμενης κοιλίας $= \frac{\lambda}{4}$

Στάσιμα Κύματα

● Παράδειγμα:

- Δυο κύματα τα οποία διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, δημιουργούν ένα στάσιμο κύμα. Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1(x, t) = 4 \sin(3x - 2t)$$

$$y_2(x, t) = 4 \sin(3x + 2t)$$

με x, y να μετρώνται σε εκατοστά και ο χρόνος σε δευτερόλεπτα.

- Α) Βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης για το στοιχείο του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2.3$ εκατοστά.
- Β) Βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αν το ένα άκρο της χορδής βρίσκεται στο σημείο $x = 0$.

Στάσιμα Κύματα

● Παράδειγμα – Λύση:

- Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1 = 4 \sin(3x - 2t)$$

$$y_2 = 4 \sin(3x + 2t)$$

- A) Βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης για το στοιχείο του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2.3$ εκατοστά.
- B) Βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αν το ένα άκρο της χορδής βρίσκεται στο σημείο $x = 0$.

Η κυματοσυνάρτηση των στάσιμων κυμάτων θα είναι $y(x,t) = 8 \sin(3x) \cos(2t)$.

A) Το πλάτος της κυματοσυνάρτησης είναι $A(x) = 8 \sin(3x)$. Για το στοιχείο στη θέση $x = 2.3 \text{ cm}$, θα είναι $A(2.3) = 8 \sin(6.9) \approx 4.6 \text{ cm}$.

B) Δεσφοί: $x_d = \frac{n\lambda}{2}, n=0,1,2,\dots$
Αντιδεσφοί: $x_a = \frac{(2n+1)\lambda}{4}, n=0,1,2,\dots$ } $\Rightarrow$ Χρησιμοποιούμε το 2.

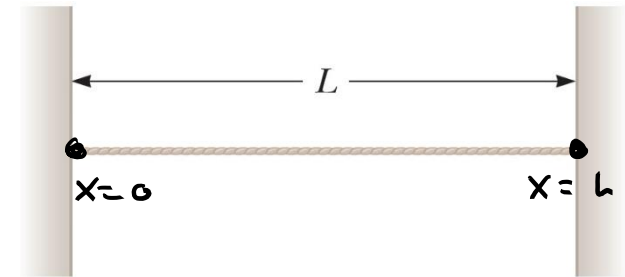
Όμως, $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3} \text{ cm}$, άρα:

$$x_d = \frac{n\pi}{3} \text{ cm}, n=0,1,2,\dots$$
$$x_a = \frac{(2n+1)\pi}{6} \text{ cm}, n=0,1,2,\dots$$

Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

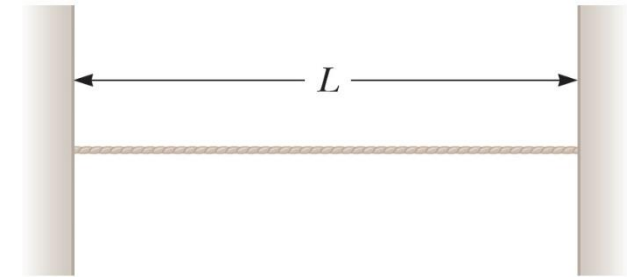
- Θεωρήστε το νήμα της εικόνας
 - Χορδή κιθάρας, πιάνου



- Οριακή συνθήκη: το νήμα έχει υποχρεωτικά δεσμούς στα άκρα!
- Αν διεγείρουμε το νήμα στο μέσο του, δυο ημιτονοειδή κύματα θα ταξιδέψουν προς αντίθετες κατευθύνσεις
 - Κι αυτό συνεχίζεται για τα επόμενα ανακλώμενα και συμβαλλόμενα κύματα
- Αυτές είναι οι συνθήκες για δημιουργία ενός στάσιμου κύματος!

Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες



- Οριακή συνθήκη: το νήμα έχει υποχρεωτικά δεσμούς στα άκρα!

- Άρα το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν στάσιμο κύμα πάνω στο νήμα είναι προκαθορισμένο

- $2A \sin kL = 0 \Rightarrow kL = \frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$

- Προκαθορισμένη είναι και η συχνότητα του κύματος, αφού

$$u = \lambda f \Rightarrow f_n = \frac{u}{\lambda_n}$$

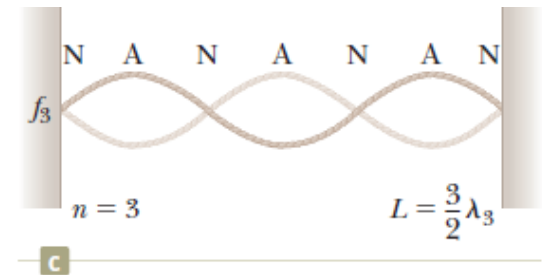
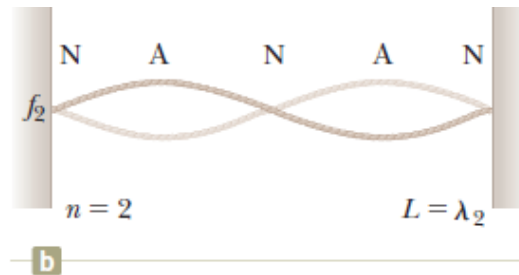
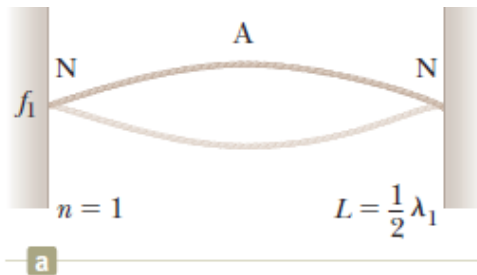
- Η οριακή συνθήκη προκαλεί ένα συγκεκριμένο αριθμό διακριτών στάσιμων κυμάτων στο νήμα, που λέγονται **κανονικοί τρόποι ή ιδιομορφές (modes)**

- Καθεμιά έχει τη δική της συχνότητα, η οποία υπολογίζεται εύκολα

Στάσιμα Κύματα

Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

- Κανονικός τρόπος (mode) n
- Περιγράφεται ως η ταλάντωση που έχει οριακές συνθήκες στα άκρα της (δεσμοί) και κάθε δεσμός απέχει $\frac{1}{4}$ του μήκους κύματος από τον επόμενο/προηγούμενο αντιδεσμό



- Μήκη κύματος

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, n \in \mathbb{N}$$

- Φυσικές συχνότητες

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n \frac{u}{2L} = n f_1, n \in \mathbb{N}$$

- Για νήμα τάσης T και γραμμικής πυκνότητας μ ,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}, n \in \mathbb{N}$$

Στάσιμα Κύματα

- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

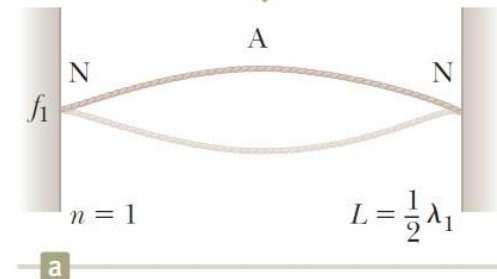
- Κανονικές μορφές (modes) n

- Για $n = 1$, η συχνότητα αυτή λέγεται **θεμελιώδης συχνότητα**

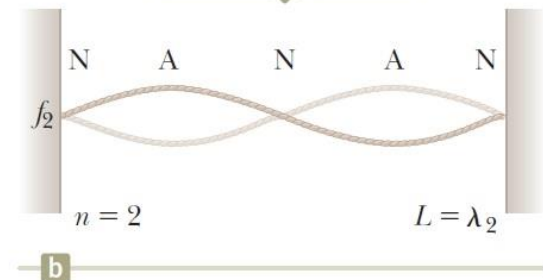
- Οι υπόλοιπες είναι ακέραιες πολλαπλάσιες αυτής: $f_n = n f_1$

- Συχνότητες κανονικών τρόπων που παρουσιάζουν αυτήν την ακέραια πολλαπλάσια σχέση δημιουργούν μια **αρμονική σειρά** και οι τρόποι αυτοί λέγονται **αρμονικές**

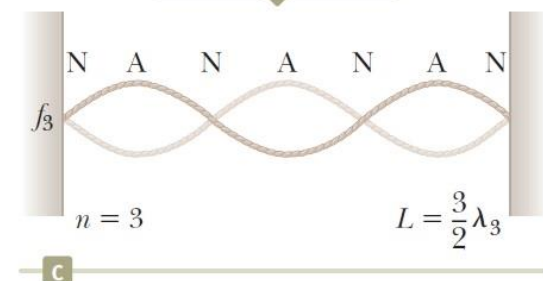
Πρώτη αρμονική (θεμελιώδης)



Δεύτερη αρμονική



Τρίτη αρμονική

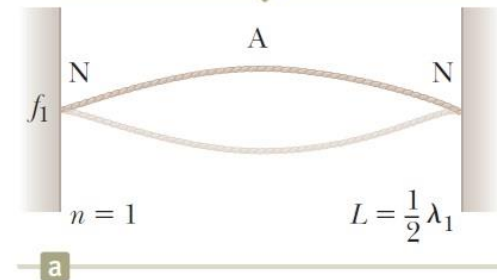


Στάσιμα Κύματα

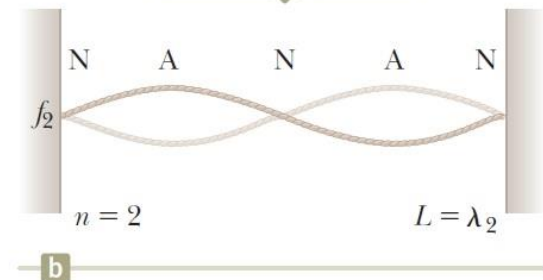
● Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

- Για να παρουσιαστεί μια μόνο αρμονική, πρέπει να διεγείρουμε το νήμα ώστε να πάρει το σχήμα της επιθυμητής αρμονικής
 - Αφού το διεγείρουμε, το νήμα θα ταλαντωθεί στην αντίστοιχη συχνότητα
 - Δύσκολο να επιτευχθεί για τις περισσότερες αρμονικές
- Αν διεγείρουμε το νήμα με τυχαίο τρόπο, μόνο κύματα που ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες θα «επιζήσουν» στο νήμα
 - Αυτά είναι οι αρμονικές 😊

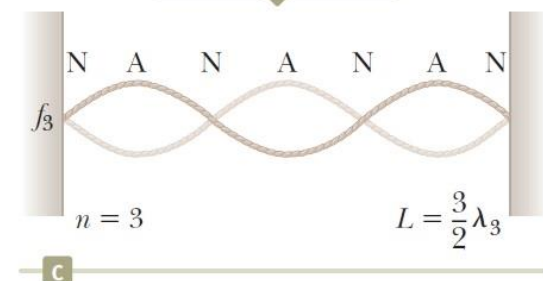
Πρώτη αρμονική (θεμελιώδης)



Δεύτερη αρμονική

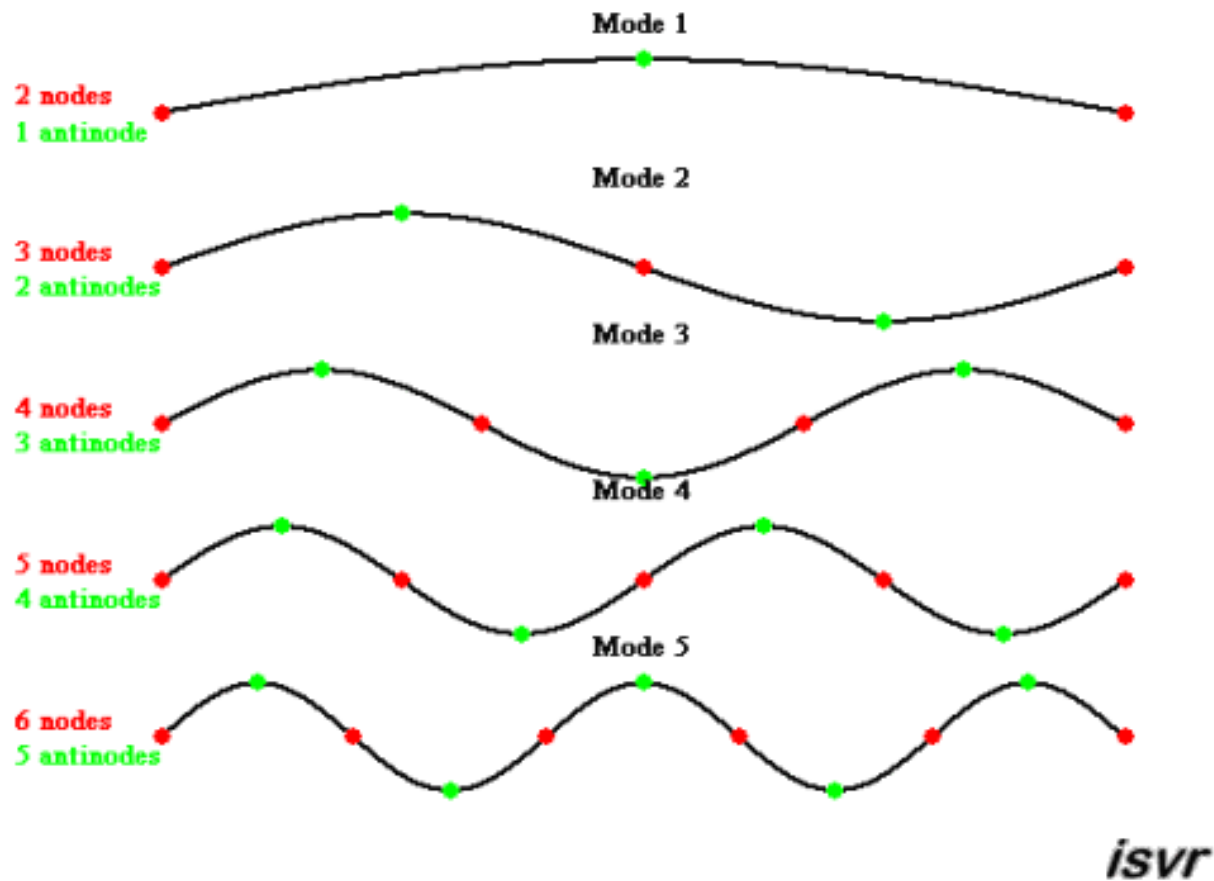


Τρίτη αρμονική



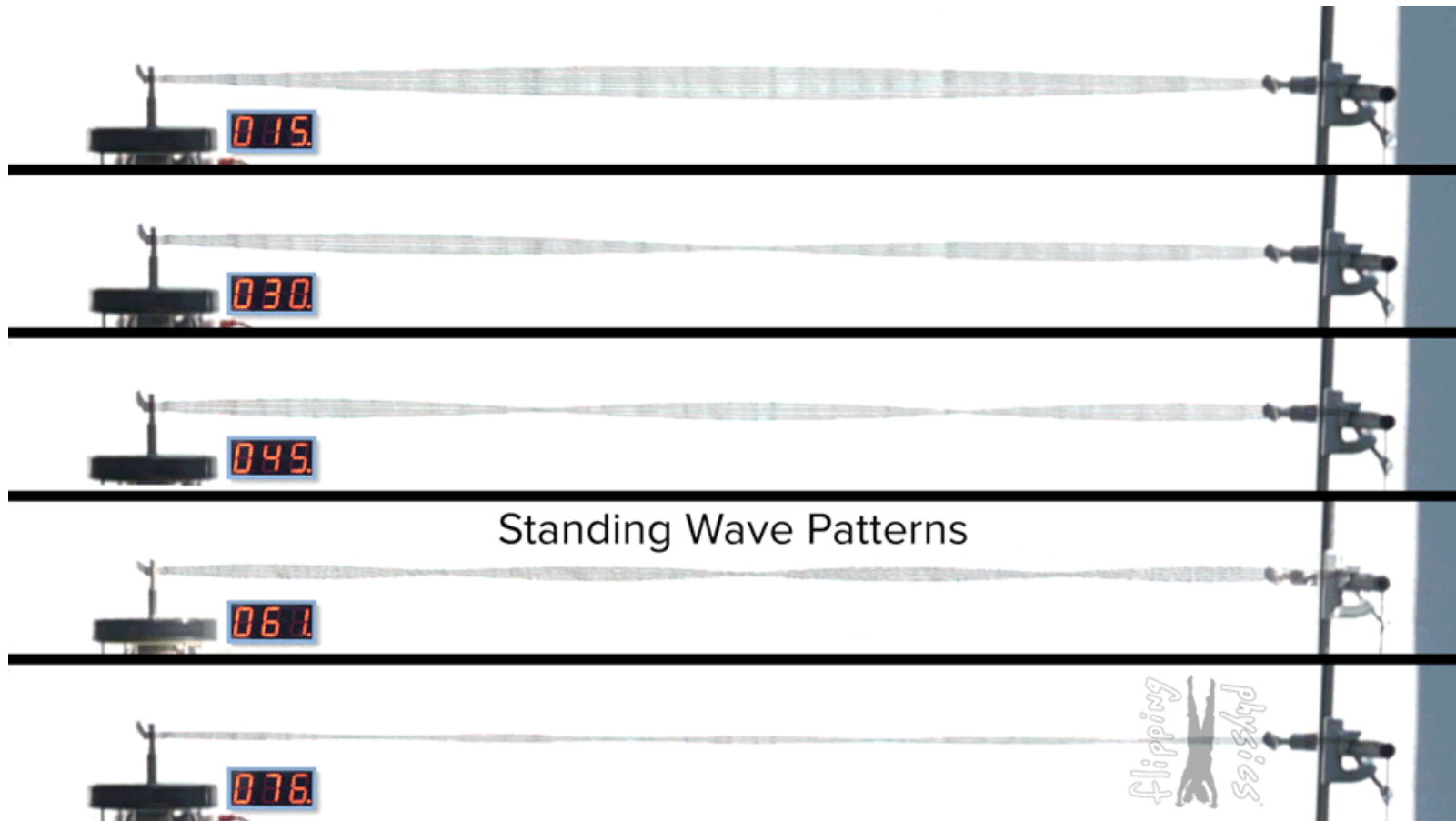
Στάσιμα Κύματα

- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες
 - Κανονικές μορφές (modes) n



Στάσιμα Κύματα

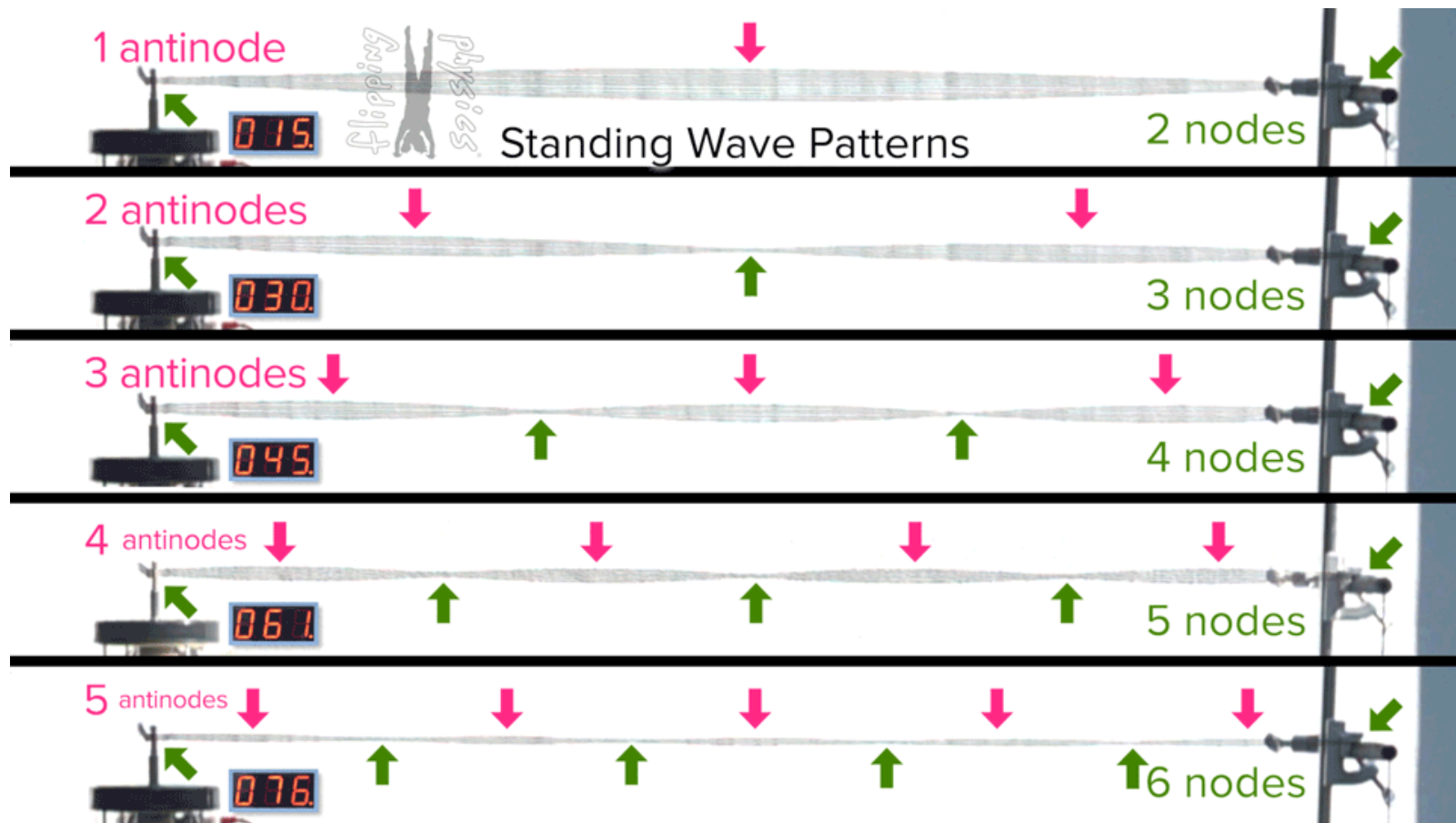
- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες
 - Κανονικές μορφές (modes) n

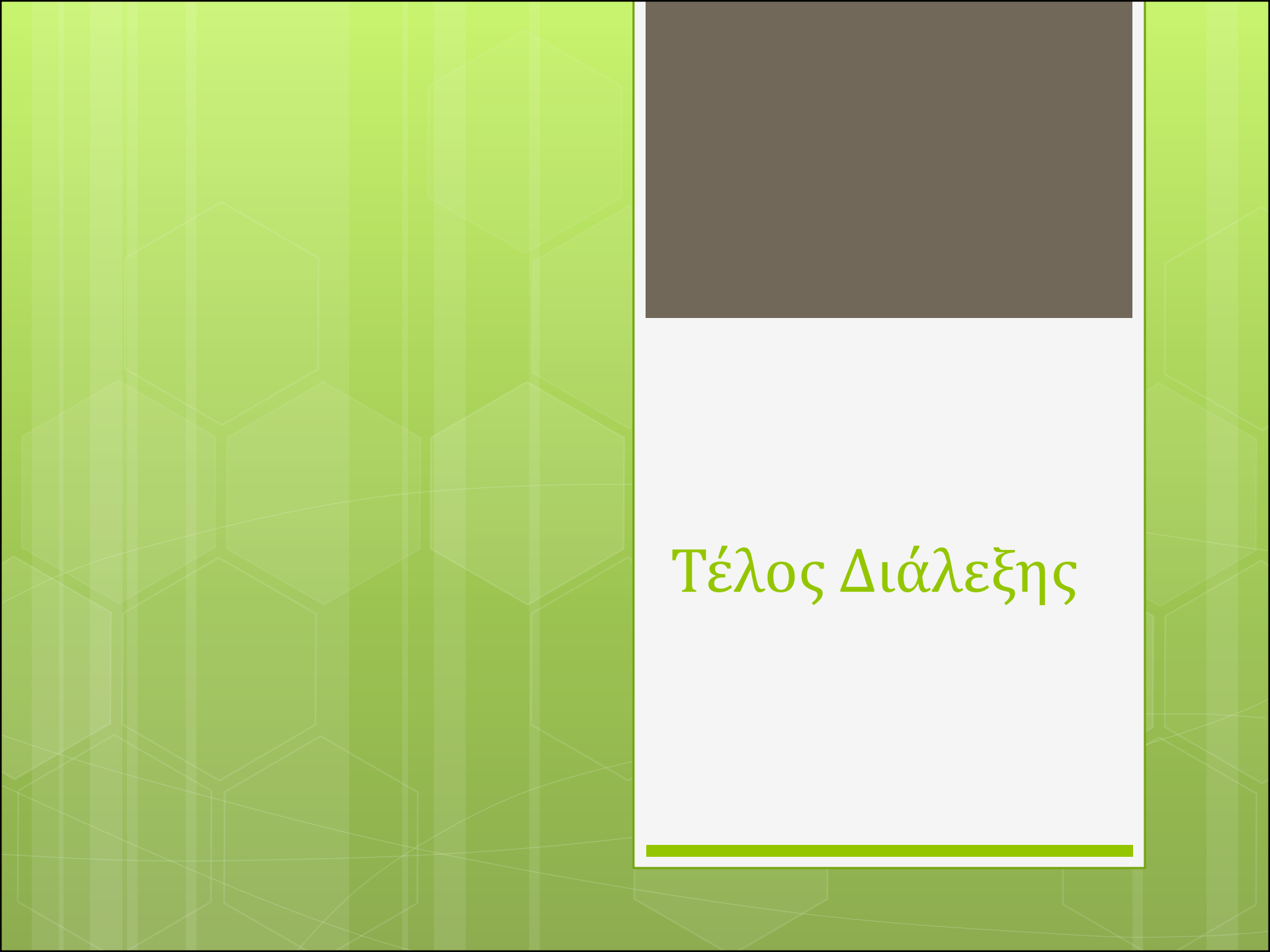


Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

○ Κανονικές μορφές (modes) n





Τέλος Διάλεξης